

LA ÎNCEPUT A FOST NUMĂRUL

Omenirea învață să numere

FRANCISCO JAVIER MATEOS MAROTO

Traducere de Liviu Ornea

LITERA

București

CUPRINS

Capitolul 0

Primele registre contabile ale omenirii	7
<i>Tendința de a căuta scheme</i>	10
<i>Răbojurile</i>	16

Capitolul 1

Înțelegerea numărului. O cucerire a evoluției?	21
Lungul drum către percepția cantității	22
Contoare neurochimice pentru pași	24
Capacitatea numerică a vertebratelor	26
Efectul de mărime și efectul de distanță	28
A număra ca un animal	31
Moștenirea lui <i>Homo sapiens</i>	33
1, 2, 3: cantități privilegiate	36
Neuroni calibrați pentru numere	39
<i>Oameni și animale: numerozitatea nu e atât de diferită</i>	40

Capitolul 2

A da nume numerelor	49
Fiecare cantitate cu numele ei?	
Nu așa de repede, nici atât de simplu	50
Cardinale și ordinale	53
Reprezentarea numerelor în spațiu	57
<i>Când trei nu-i mult, dar cinci este</i>	58

Capitolul 3

La originile numărării stă contabilitatea?	63
<i>Număratul cu noduri</i>	68
Când referentul e la îndemână	72
<i>A număra... abstract</i>	74

Capitolul 4

Compararea grupurilor duce la baze de numerație	77
Primul sistem: baza 2	78
Sistemul de numerație neo-binar: adunare, înmulțire... și restul	82
Număratul pe degete: sistemul în baza 5	83
Mesopotamia și sistemul în baza 60	85
Baza 10	89
<i>Număratul la chinezi</i>	91
<i>Numerologia</i>	92
Alte baze și substratul vigesimal în Europa	93
Cifre și sisteme nepoziționale	97
<i>Învățarea aritmeticii în copilărie</i>	104

Capitolul 5

În care contează poziția	107
Dezvoltarea sistemelor de notație pozițională	111
Revoluția lui zero	117
<i>Când toate numerele au nume</i>	119
<i>De la zefirum la codicele secret</i>	120
Răspândirea lui zero	121
Sistemul indo-arab ajunge în Europa	122
<i>Zeroul albinelor</i>	124
<i>Simbolurile +, -, =</i>	129
<i>Limbajul și creierul matematic</i>	130

Concluzii	133
------------------	-----

Anexă

Bibliografie recomandată	137
---------------------------------	-----

Capitolul 0

Primele registre contabile ale omenirii

Jean de Heinzelin se uită neîncrezător la obiectul pe care tocmai l-a scos la lumină. Chiar dacă știa foarte bine cât de veche e priceperea de a înregistra cantitățile, descoperirea era surprinzătoare. Tânărul geolog și explorator belgian studia evoluția sistemelor simbolice ale oamenilor. În acel turbulent an 1960 congolez, nu ezitase să-și îndrepte din nou atenția asupra Africii și să meargă înspre granița dintre Republica Democratică Congo și Uganda.

Acolo, pe malurile lacului Edward, unul dintre izvoarele Nilului, se găsiseră resturi de topoare și harpoane care confirmau că zona fusese locuită, timp de câteva secole din Paleolitic, de o comunitate de pescari și culegători. Surprinși de tipul vestigiilor arheologice scoase la lumină în sit, unii cercetători enunțaseră ipoteza că acele cunoștințe avansate ale populației respective de „inventatori” ar reprezenta originea îndepărtată a civilizației egiptene.

Tânărul cercetător se grăbise într-acolo, gata să sape prin multele straturi de cenușă vulcanică așternută peste sit cu mii de ani în urmă. În timp ce căuta indicii despre viața oamenilor care locuiseră în acele locuri, a dat peste un peroneu de babuin, lung de 10,2 cm, cu o bucată de cuarț ascuțit înfipt în una dintre extremități (nici azi nu e clar dacă

e vorba despre un „cuțitaș” paleolitic sau despre un instrument pentru desen). Dar, abia după ce-a terminat de curățat osul, a observat cel mai uimitor lucru: pe toată lungimea peroneului erau scrijelite multe semne. Crestăturile acelea l-au făcut curios pe Heinzelin. Părea evident că nu erau decorative, pentru că dispunerea era asimetrică. Atunci ce puteau fi?

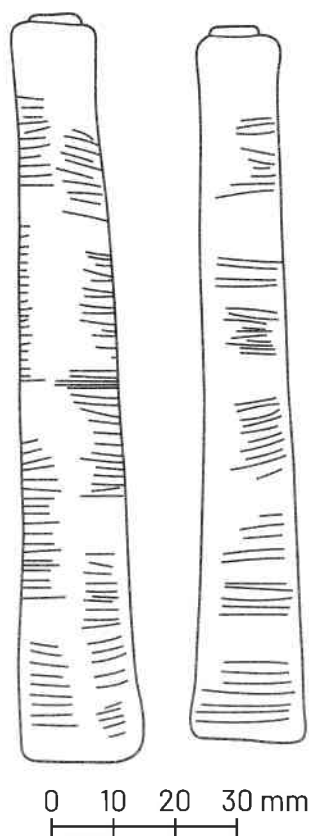


Figura 1. Osul de la Ishango este păstrat la Muzeul de Științe Naturale din Bruxelles. În dreapta, reprezentarea inciziilor prezente pe suprafață.

Cu timpul, osul acela cafeniu, aproape cilindric, cunoscut drept „Osul din Ishango”, după numele locului unde a fost descoperit, nu doar l-a făcut celebru pe Heinzelin, ci a permis și scrierea uneia dintre primele pagini ale istoriei protomaticii.

La început, s-a crezut că osul n-ar avea mai mult de 9000 de ani, dar după o analiză mai riguroasă (a lui și a altor obiecte din sit) s-a dovedit că datează de 20 000 de ani.

Dincolo de vechimea lui, de ce este atât de faimos acest artefact? Osul din Ishango, expus acum la Muzeul de Științe Naturale din Bruxelles, prezintă 168 de incizii transversale, dispuse în diferite grupuri care, desfășurate în plan, formează trei coloane:

Prima coloană prezintă 19, 17, 13 și 11 creștături.



Figura 2. Grupuri de creștături din prima coloană.

În a doua coloană vedem 7, 5, 5, 10 (9+1), 8, 4, 6 și 3 creștături. În a treia coloană sunt 9, 19, 21 și 11 creștături.

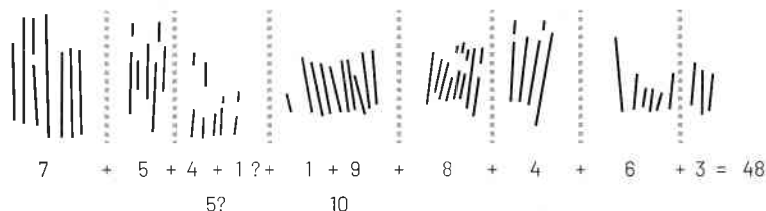


Figura 3. Grupuri de creștături din a doua coloană.

Arheologii sunt de acord că semnele sunt un fel de registru. Distribuția descrisă a generat, succesiv, numeroase teorii, opuse una alteia uneori. Unii avansează ipoteza că ar fi vorba despre prima dovadă cunoscută a unui sistem de numerație în bază zece, teorie susținută de însuși Heinzelin, ținând seama de grupurile din cea

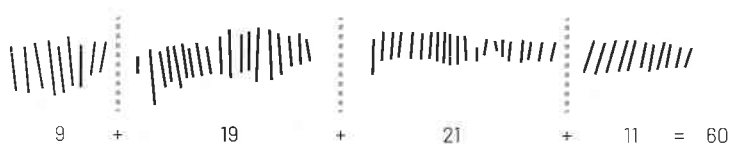


Figura 4. Grupuri de creștături din a treia coloană.

TENDINȚA DE A CĂUTA SCHEME

În arheologie există o categorie de obiecte acoperite de creștături cunoscute drept „semne de vânătoare” care, după toate probabilitățile, reprezintă primele registre contabile din istorie. Dar când vorbim despre artefacte paleolitice trebuie să fim foarte atenți și prudenți pentru că, în cele mai multe cazuri, nu știm, de fapt, care a fost scopul lor exact. Nu toate semnele grupate laolaltă pe care le avem de la strămoșii noștri de acum mii de ani răspund unei intenții premeditate, nici toate semnele făcute cu intenție nu reprezintă neapărat un calcul. De exemplu, o mulțime de linii paralele poate avea o semnificație alegorică. Este cazul unei culturi malgașe contemporane, cea a populației Zafimaniry, care folosește liniile paralele ca să decoreze foarte multe obiecte, pentru aceasta ele fiind o trimitere la calea cea dreaptă care ar trebui urmată în viață. Pe de altă parte, diferite grupuri de creștături sau linii pot reprezenta un alfabet.

Oreierul uman are o tendință periculoasă de a căuta scheme și este adesea incapabil să descopere cauzalitatea, ceea ce poate distorsiona

de-a treia coloană (figura 4) compuse din 11 ($=10+1$), 21 ($=20+1$), 19 ($=20-1$) și 9 ($=10-1$) elemente.

Se poate observa și că sumele totale ale semnelor din fiecare coloană (60, 48 și 60) sunt, toate, multipli de 12. S-a sugerat chiar că, din moment ce semnele de pe prima coloană (figura 2) corespund celor patru numere prime cuprinse între 10 și 20 (11, 13, 17, 19), ne aflăm în fața celei mai vechi table de numere prime cunoscută.

S-a presupus că schema semnelor ar evidenția o metodă de duplicare, una care va deveni obișnuită câteva mii de ani mai târziu, în matematica egipteană: alături de primele 3 creștături din a doua coloană, apar alte 6 (3×2); după următoarele 4, vedem alte 8 (4×2);

concluziile la care ajungem. Un caz care ilustrează această capacitate de a crea scheme iluzorii în fața unei succesiuni de fenomene este acela relatat de psihologul Thomas Gilovich și notat de Richard Thaler în cartea lui *Nudge*. Ca s-o înțelegem, trebuie să ne transportăm în Londra celui de-Al Doilea Război Mondial. În acele zile grele, ziarele britanice publicau hărți care arătau zonele din centrul orașului bombardate de nemți. Analiza acestor hărți evidenția scheme care păreau să indice că anumite zone erau mai ferite de atacuri. De aici s-a dedus că ar fi acelea în care locuiau spionii germani. Ulterior, însă, studii statistice riguroase au arătat că distribuția impacturilor era cea a bombardamentelor întâmplătoare. Dorința de a descoperi o schemă distorsionase interpretarea analiștilor.

Oricum, pentru a afirma cu o anumită doză de siguranță că ne aflăm în fața unei fosile matematice, arheologii nu au altă soluție decât de a scoate în evidență combinații, grupări sau scheme specifice care să demonstreze afirmația.

și un grup de 10 creștături (5 + 5) urmat de 5 și alte 5 creștături. Rămân însă 7 creștături cu semnificație neclară...

Toate aceste ipoteze (baza 10? numere prime? metodă de înmulțire cu 2 de acum 18 000 de ani?) fac din Osul din Ishango un obiect aproape mitic pentru arheologia matematică. Noi ne vom mărgini totuși să privim aceste ipoteze *cum grano salis*; ni se par destul de extravagante, pentru că, înarmați cu răbdare, este întotdeauna posibil să găsim scheme matematice în orice dispunere aleatoare. Mai ales dacă schemele nu sunt dinainte specificate și pot fi de orice fel.

Iată de ce e mai plauzibil un alt grup de ipoteze, bazat pe faptul că suma totală a semnelor de pe cele trei coloane este 168. Se presupune deci că autorul ar fi vrut să reprezinte un calendar lunar de șase luni a câte 28 de zile fiecare. Știm azi că în vremea aceea, ecosistemul din Ishango suporta variații sezoniere extreme care, cu siguranță, îi obligau pe locuitori la seminomadism, ei mutându-se de la podișurile înalte la câmpii în funcție de cum urca sau cobora nivelul apelor lacului în sezonul ploilor sau în cel uscat. Era, așadar, util și necesar să măsoari timpul. Urmărind același raționament, s-a avansat și ipoteza că ar putea fi vorba despre calcularea ciclului menstrual, atribuind astfel paternitatea – de fapt, maternitatea – osului unei femei.

Un lucru este însă incontestabil: primele registre contabile ale omenirii au fost creștături pe oase din Africa.

§

Strămoșii noștri hominizi au început să se deplaseze pe planetă cu aproape două milioane de ani în urmă, dar ca specie *Homo sapiens* avem doar vreo 300 000 de ani de experiență. Acum, dacă ceea ce

căutăm sunt primele înregistrări de calculare, cele mai vechi urme care ar putea sugera că s-a încercat înregistrarea unor cantități, atunci trebuie să ne îndreptăm atenția către vânătorii-culegători din Paleolitic.

Disponem de câteva vestigii arheologice din această perioadă a preistoriei, ca Osul din Ishango, din care, cu toate precauțiile deja discutate, am putut trage anumite concluzii despre posibila semnificație a acelor registre. Cât despre numărul de semne, de obicei, piesele cele mai interesante sunt cele care grupează vreo treizeci de incizii. Pe de o parte, cantitatea aceasta coincide aproximativ cu cele 29,5 de zile ale lunii lunare, perioada ciclică naturală pe care trebuie să o fi folosit strămoșii noștri pentru a contabiliza timpul, iar, pe de altă parte, corespunde aproximativ duratei ciclului menstrual, asociat fertilității.

Aplicând criteriul arheologic al „grupurilor de circa 30 de semne”, descoperim că primele exemple de gândire matematică datează cam de 37 000 de ani.

Între Africa de Sud și Swaziland, mai precis în Border Cave din munții Lebombo, la începutul anilor '70 ai secolului trecut, s-a descoperit ceea ce ar putea fi cel mai vechi instrument de înregistrare cunoscut până astăzi, Osul din Lebombo. Și în acest caz este vorba despre un peroneu de babuin: nu pare întâmplător că vorbim despre aceeași extremitate ca și în cazul Osului din Ishango; într-adevăr, de-a lungul istoriei Africii găsim și alte mărturii despre folosirea oaselor de babuin ca suport pentru calcule legate de timp. Acest artefact prezintă 29 de incizii paralele; a fost găsit alături de alte fragmente de lemn și os și are aproximativ 37 000 de ani. E rupt și nu știm dacă, la început, avea 29 sau 30 de creștături, dar, în orice caz, este plauzibil să fie legat de calculul zilelor unui ciclu lunar.

Chiar dacă diferite grupuri umane din Paleoliticul superior ar fi putut simți nevoia de a contabiliza și de a înregistra tot soiul de mulțimi de pietre, de ustensile, de prăzi vâdate etc., nu trebuie să

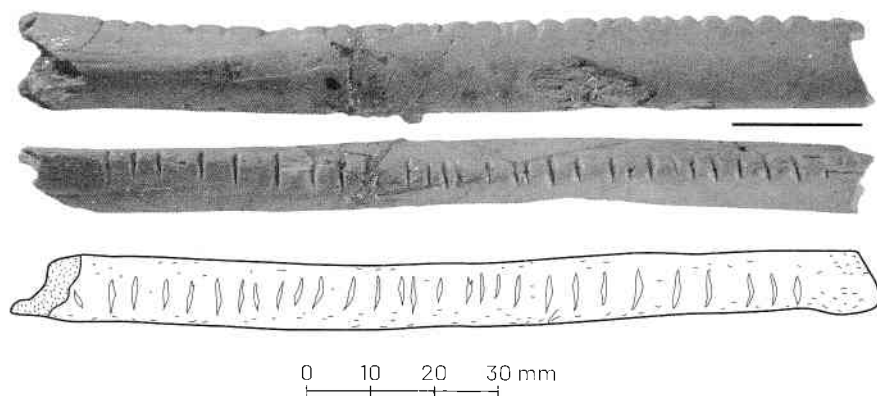


Figura 5. Schema semnelor de pe Osul din Lebombo.

ne mire faptul că atenția le-a fost atrasă mai ales de evenimentele ciclice. Repetiția constantă în timp a acestor procese și a ciclurilor asociate cu nevoile lor a oferit, cu siguranță, una dintre primele motivații pe care le-au avut strămoșii noștri pentru a se apuca de numărare: posibilitatea prevederii.

Exemplar în acest sens este artefactul descoperit în grotă Taï din Franța. Este o placă din os, lungă de aproximativ 9 cm, despre care se bănuiește că ar fi un registru de măsurare a timpului. Are cam 12 000 de ani și prezintă pe suprafață vreo 2000 de incizii, aparent în grupuri de 29, ceea ce i-a făcut pe arheologi să presupună că ar putea fi vorba despre înregistrarea zilelor pe parcursul mai multor ani. Dacă e așa, ne aflăm în fața celui mai vechi calendar lunar cunoscut.

După cum am observat deja, în afară de instrumentele folosite probabil pentru notarea timpului ciclurilor naturale, s-au găsit și resturi de așa-numite „semne de vânatoare”. Un exemplu clasic pentru acest grup de artefacte este Osul din Věstonice, un os de lup acoperit cu incizii, descoperit în 1937 la Dolní Věstonice, o localitate din Moravia, astăzi în Cehia. În situl acesta, unul dintre cele mai

extraordinare din Paleoliticul superior, s-au găsit și alte fragmente cu lucrătură rafinată, printre care o mică reproducere în fildeș, extrem de realistă, a unui cap de femeie, o statueta cu caracteristici feminine cunoscută drept Venus din Věstonice și chiar o păpușă articulată. Faptul că osul a fost găsit alături de aceste obiecte îi face pe arheologi să presupună că semnele de pe el răspund unei elaboreări intenționale.

Inițial, antropologii au datat osul din Věstonice la aproximativ 35 000 de ani, astăzi însă se crede că are doar 20 000 de ani. De-a lungul lungimii de 18 cm prezintă 55 de creștături împărțite în două serii de, respectiv, 30 și 25 de semne, separate de două linii mai lungi.

Examinând obiectul, arheologii s-au gândit întâi la o „contabilitate” bazată pe degetele unei mâini, pentru că semnele erau grupate aproximativ câte cinci și pentru că numărul de semne din ambele serii era multiplu de cinci. După o lungă dezbateră arheologică și antropologică, acum se crede că, deși inciziile sugerează un fel de

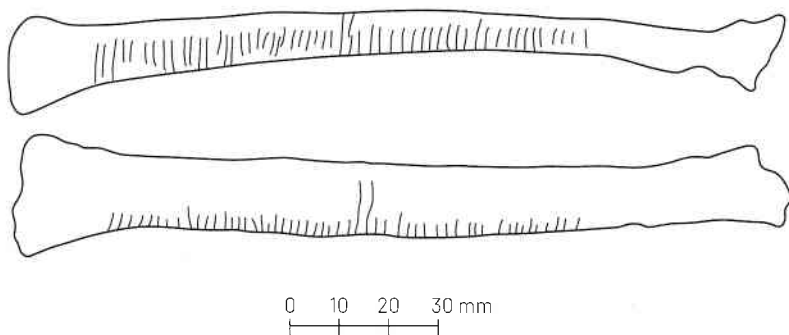


Figura 6. Schema semnelor pe Osul din Věstonice.

Continuă la p. 18